

Muster Fehlerrechnung

Ein Pendel hat eine Länge von $1.00 \text{ m} \pm 0.01 \text{ m}$ und die Fallbeschleunigung beträgt $g = 9.81 \text{ m/s}^2 \pm 0.01 \text{ m/s}^2$. Wie gross ist die Schwingungsdauer T des Pendels?

Lösung Die Schwingungsdauer T eines Pendels lässt sich berechnen:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1.00 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = 2.006 \text{ s}$$

Den Fehler ΔT berechnet man, indem man entweder den maximalen (grösstmöglichen) oder den minimalen (kleinstmöglichen) Wert von T , T_{max} oder T_{min} ermittelt. Fehlerschranke addiert oder subtrahiert, damit das Resultat möglichst gross wird.

$$T_{max} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{max}}{g_{min}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l + \Delta l}{g - \Delta g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1.01}{9.80} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 2.017 \text{ s}$$

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{min}}{g_{max}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l - \Delta l}{g + \Delta g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.99}{9.82} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 1.995 \text{ s}$$

Diese Rechnung liefert also:

$$\Delta T = T_{max} - T = T - T_{min} = 0.011 \text{ s}$$

Resultat:

$$T = (2.006 \pm 0.011) \text{ s} = \underline{(2.01 \pm 0.02) \text{ s}}$$

Bemerkungen

- Die mit T_{max} und T_{min} berechneten Fehler haben nicht exakt denselben Wert. Dies spielt aber keine Rolle, da ein Fehler nur auf eine oder höchstens zwei Stellen genau angegeben werden soll.
- Mithilfe des Fehlers ΔT kann die Stellenzahl bestimmt werden, die für T noch sinnvoll ist.
- Natürlich muss der Fehler nur mit dem Maximalwert oder dem Minimalwert bestimmt werden.